# 第12章 平稳随机过程

## 习题12

1．设有随机过程，，其中，是服从瑞利分布的随机变量，其概率密度为



是在上服从均匀分布且与相互独立的随机变量，是一常数，问是不是平稳过程？

解：



由于和A相互独立，因此他们的函数也相互独立，

因此随机过程的均值为常数，而自相关函数只与时间差有关，因此是平稳过程。

2．设，是相互独立的平稳过程，试证明以下随机过程也是平稳过程。

（1）；

（2）。

解：

因，都是平稳过程，所以对于任意，有

均为常数



又因，相互独立，从而

（1）为常数

为的函数。

这说明的均值是常数，而自相关函数只与时间差有关，因此是平稳过程。

（2）

也为的函数。

因此也是平稳过程。

3．设平稳随机过程的自相关函数为，其中常数，而，试问，的均值是否具有各态历经性？为什么？

解法1：

记

则有



令



因此



因此随机过程具有各态历经性

解法2：

由于自相关函数当时的极限



因此随机过程具有各态历经性

4．设是平稳过程的协方差函数，试证：若绝对可积，即

，

则的均值具有各态历经性。

证：

由于，因此



又因为的积分绝对收敛，因此时，上式右方趋于零，从而



由均值各态历经定理，随机过程的均值具有各态历经性。

5．已知平稳过程的谱密度为

，

求的均方值。

解：

将有理谱密度分解为两个部分分式之和



由维纳辛钦定理，并令



